

1) (7 poena) Napisati M-fajl *zad1.m* sa funkcijom $zad1(X, f, f1)$ koja kao argumente prima podelu intervala X , funkciju f i vektor $f1$ koji sadrži vrednosti prvih izvoda funkcije f u krajnjim tačkama intervala ($f1 = [f'(X(1)), f'(X(n))]$). Na osnovu ovih podataka potrebno je odrediti splajn koji najbolje interpolira zadatu funkciju f : periodični, prirodni ili splajn formiran kada su zadati prvi izvodi. Za formiranje splajnova dozvoljeno je korišćenje ugrađenih MATLAB funkcija. Grešku proceniti na diskretnom skupu od 1000 tačaka na intervalu $[X(1), X(n)]$ kao razliku vrednosti funkcije i vrednosti formiranog splajna. Funkcija štampa odgovarajuću poruku (pogledati test primer) i crta grafik greške za sva tri splajna.

2 (a) (7 poena) Napisati M-fajl *zad2a.m* sa funkcijom $Q = zad2a(p, k)$ koja vraća koeficijente Q polinoma stepena k iz sistema ortogonalnih polinoma na $[-1, 1]$ u odnosu na skalarni proizvod $(f, g) = \int_{-1}^1 p(x)f(x)g(x)dx$ sa težinskom funkcijom $p(x)$, izračunatog pomoću rekurentne formule

$$Q_0(x) = 1,$$

$$Q_{k+1} = \left(x - \frac{(xQ_k, Q_k)}{(Q_k, Q_k)} \right) Q_k(x) - \frac{(Q_k, Q_k)}{(Q_{k-1}, Q_{k-1})} Q_{k-1}(x), \quad k = 0, 1, \dots,$$

gde je drugi sabirak jednak nuli za $k = 0$. Dozvoljeno je korišćenje ugrađene funkcije za računanje integrala.

(b) (7 poena) Napisati M-fajl *zad2b.m* sa funkcijom $P = zad2b(f, p, n)$ koja određuje i kao rezultat vraća polinom P stepena n koji predstavlja srednjekvadratnu aproksimaciju funkcije f na $[-1, 1]$ u odnosu na težinsku funkciju p .

3) (9 poena) Napisati M-fajl *zad3.m* sa funkcijom *zad3()* koja sa tačnošću 10^{-4} pronalazi sva rešenja datog sistema nelinearnih jednačina

$$xe^x - y = 2, \quad y^2 - x^2 = 0.5.$$

Potrebno je u funkciji najpre grafički lokalizovati sva rešenja, a zatim za svako rešenje odrediti broj iteracija potreban Njutnovoj i modifikovanoj Njutnovoj metodi za dostizanje tog rešenja polazeći od iste aproksimacije za početno rešenje. Za svako rešenje funkcija ispisuje tekst oblika:

Resenje je

x= ...(izracunata vrednost)

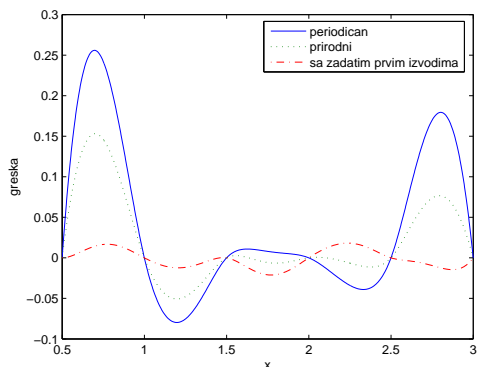
y= ...(izracunata vrednost)

Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja Njutnovom metodom je ...

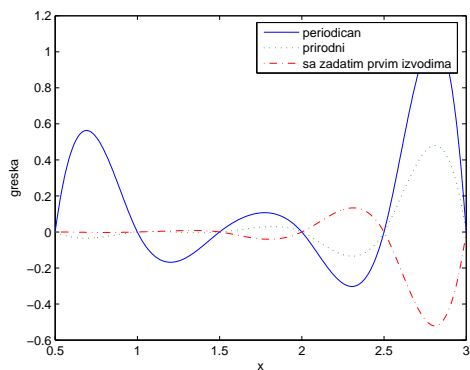
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja modifikovanom Njutnovom metodom je ...

TEST PRIMER:

```
>> zad1([0.5:p/4:pi],@(x) sin(x)+sin(3*x), [1.0898,-4])
Funkciju najbolje aproksimira splajn sa zadatim prvim izvodima
Greska je
0.0212
```



```
>> zad1([0.5:p/4:pi],@(x) exp(x).*sin(x), [2.2373,-23.1407])
Funkciju najbolje aproksimira prirodni splajn
Greska je
0.4798
```



```
>> Q=zad2a(@(x) 1-x.^2,0)
Q =
    1
>> Q=zad2a(@(x) 1-x.^2,1)
Q =
    1.0000    -0.0000
>> Q=zad2a(@(x) 1-x.^2,2)
Q =
    1.0000    -0.0000   -0.2000

>> P=zad2b(@(x) cos(x).*exp(x),@(x)1-x.^2,2)
P =
   -0.1110    0.8494    1.0079
```

```
>> zad3()
Resenje je
x=
  -2.1382
```

```
y=
  -2.2520
```

```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja Njutnovom metodom je :
  3
```

```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja modifikovanom Njutnovom metodom je:
  4
```

```
Resenje je
x=
  0.5942
```

```
y=
  -0.9237
```

```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja Njutnovom metodom je :
  6
```

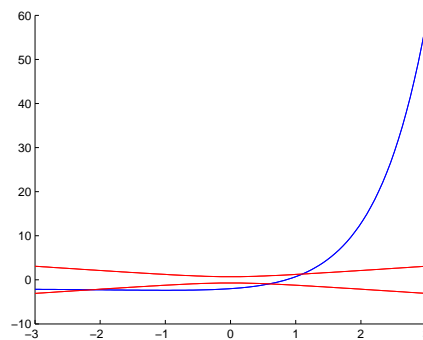
```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja :
  5
```

```
Resenje je
x=
  1.1006
```

```
y=
  1.3081
```

```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja :
  6
```

```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja :
  30
```



Grafik za zad4.m, lokalizacija resenja